

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА**

Том 183, № 1

апрель, 2015

© 2015 г.

В. А. Градусов*, С. Л. Яковлев*

**ОБ ОПЕРАТОРЕ ШРЕДИНГЕРА
С СУПЕРПОЗИЦИЕЙ КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩЕГО
И ТОЧЕЧНОГО ПОТЕНЦИАЛОВ**

Исследуется класс операторов Шредингера, для которых потенциальный член является суммой короткодействующего $V(\mathbf{r})$ и точечного потенциалов. Внимание уделено случаю, когда короткодействующий потенциал имеет особенность на носителе $r = 0$ точечного взаимодействия. Точечное взаимодействие построено с помощью асимптотики при $\mathbf{r} \rightarrow 0$ функции Грина оператора Шредингера $-\Delta + V(\mathbf{r})$ с короткодействующим потенциалом V . Рассмотрены потенциалы, имеющие в начале координат особенность вида $r^{-\rho}$ с $\rho > 0$. Исследование производится при помощи интегрального уравнения Липпмана–Швингера. Показано, что если особенность потенциала слабее, чем кулоновская, то асимптотика функции Грина имеет стандартное сингулярное поведение. В случае особенности потенциала вида $r^{-\rho}$ с $1 \leq \rho < 3/2$ в асимптотике функции Грина возникает дополнительная сингулярность. В случае $\rho = 1$ дополнительная логарифмическая сингулярность имеет ту же форму, что и в случае кулоновского потенциала. В случае $1 < \rho < 3/2$ дополнительная сингулярность имеет вид полярной особенности $r^{-\rho+1}$.

Ключевые слова: оператор Шредингера, точечное взаимодействие, псевдопотенциал, асимптотика функции Грина.

DOI: 10.4213/tmf8798

1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Точечным потенциалом называют взаимодействие, сосредоточенное в точке. В физической литературе такие потенциалы обычно называются потенциалами нулевого радиуса и широко используются для построения моделей межчастичных взаимодействий в квантовой механике [1]. Математически строгое определение точечного взаимодействия впервые было дано в работе Березина и Фаддеева [2]. Метод этой работы основан на теории самосопряженных расширений симметричных операторов. Дальнейшее развитие метода связано в основном с работами авторов монографии [3]. Интерес исследований затем сместился к более сложным, чем точечные,

* Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: v.gradusov@spbu.ru, s.yakovlev@spbu.ru